



Aalborg Universitet

AALBORG UNIVERSITY
DENMARK

Bestemmelse af selektionstyper gennem fordelingers karakteristika

Biologisk evolutionsmatematiks anvendelse i økonomi

Holm, Jacob Rubæk; Andersen, Esben Sloth

Published in:
Symposium i Anvendt Statistik 2013

Publication date:
2013

Document Version
Accepteret manuscript, peer-review version

[Link to publication from Aalborg University](#)

Citation for published version (APA):
Holm, J. R., & Andersen, E. S. (2013). Bestemmelse af selektionstyper gennem fordelingers karakteristika: Biologisk evolutionsmatematiks anvendelse i økonomi. I P. Linde (red.), *Symposium i Anvendt Statistik 2013* (s. 19-31). Danmarks Statistik.

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- ? Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- ? You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- ? You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal ?

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at vbn@aub.aau.dk providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

Bestemmelse af selektionstyper gennem fordelingers karakteristika:

Biologisk evolutionsmatematiks anvendelse i økonomi

Artikel udarbejdet til symposium i anvendt statistik, Aarhus, januar 2013

Jacob R. Holm

Inst. for Økonomi og Ledelse

Aalborg Universitet

`jrh@business.aau.dk`

Esben S. Andersen

Inst. for Økonomi og Ledelse

Aalborg Universitet

Resumé

I denne artikel udvikles en metode til studium af evolution i økonomi. Metoden er baseret på en systematisk sammenhæng mellem ændringen i en fordelings varians, skævhed og topstøjhed og den dominerende selektionsproces. I økonomi behandles selektionsdynamik normalvis som en kraft, der flytter fordelingen af en relevant parameter monotont mod enten højere eller lavere værdier. Eksempelvis i beskrivelsen af produktivitetsniveauets udvikling i en population af virksomheder. Men i økonomi er der et behov for at udvide konceptet “selektion” til også at omfatte de processer, som opdeler fordelingen og skaber multiple modalværdier, og de, som driver fordelingen til kollaps omkring optimale værdier. Begge typer af processer observeres i udviklingen af produktkarakteristika og organisationsformer. Artiklen bidrager til at løse dette problem med værktøjer, som finder inspiration i evolutionær biologi.

1 Introduktion

Udviklingen af en kvantitativ teori for evolution i økonomi kan spores tilbage til J. A. Schumpeter, som efterlyste en sådan teori allerede i 1930'erne (Schumpeter, 2000, s. 184). En mulig inspirationskilde er kvantitative teorier for biologisk evolution, som har en historie, der kan spores tilbage til R. A. Fisher (Fisher, 1930). Men modeller fra biologi har kun langsomt vundet indpas i økonomi; muligvis på grund af Fishers snævre fokus på selektionsmekanismen i evolution. De seneste årtier er udviklingen dog accelereret med Nelson & Winter (1982) som et af de vigtigste elementer i fundamentet. De tidlige bidrag indenfor økonomi fokuserede, ligesom Fisher, på selektionselementet i evolution, men det blev biologen G. R. Price, der udviklede den generelle kvantitative teori for evolution (Price, 1970, 1995). Prices model tilføjer en intra-organisme effekt (mutation eller innovation) til Fishers rene selektionsmodel. Price beviste, at

for karakteristika af en behørigt afgrænset population gælder at

$$\text{Samlet forandring} = \text{Selektionseffekt} + \text{Intra-organisme effekt} \quad (1)$$

Selektionseffekten kan fortolkes som intensiteten af selektion multipliceret med variansen i populationen. I økonomi, hvor organismerne i en population er organisationer, kan intra-organisme (intra-organisation) effekten fortolkes som følgerne af læring og innovation i organisationerne. Når Prices model anvendes i biologi tilskriver den typisk en stor andel af den samlede forandring til selektionseffekten (Frank, 2012), mens det forholder sig modsat i økonomi, hvor metoden indtil videre udelukkende anvendes til produktivitetsstudier. Når den samlede ændring i produktivitet studeres ved hjælp af modeller, der er identiske til Prices model, finder man som regel, at produktivitetsvækst drives af intra-organisation effekten (Foster *et al.*, 1998; Bartelsman *et al.*, 2004; Andersson, 2006). Dette betyder dog ikke, at selektionsmekanismen er ubetydelig i økonomisk evolution. Det afspejler snare, at produktivitet ikke er et egentligt karakteristika af organisationer, men nærmere en konsekvens af interaktion mellem adskillige karakteristika, samt at virksomheden ikke nødvendigvis er det mest relevante aggregeringsniveau for økonomisk evolution.

Prices dekomponering af evolution (ligning 1) anvendes i stigende grad indenfor biologi (Frank, 1998; Rice, 2004) og indenfor økonomi (se tidligere referencer samt Foster *et al.* (2002); Disney *et al.* (2003); Cantner & Krüger (2008); Foster *et al.* (2008); Holm (2011)), selvom bidrag indenfor økonomi ikke nødvendigvis erkender kilden til metoden.

Modellen kan udvides i flere retninger. En mulighed er, at studere selektion på flere niveauer (Price, 1972). Hvis organismerne i populationen selv består af andre organismer, så er selektionseffekten i ligning 1 et udtryk for selektion mellem organismer, og intra-organisme effekten (eller intra-gruppe i dette tilfælde) kan dekomponeres til en selektionseffekt for organismer, som deler gruppe, samt en intra-organisme effekt (Okasha, 2006; Bowles & Gintis, 2011, ss. 218–222). En anden udvidelse er, at studere flere karakteristikas simultane ko-evolution (Rice, 2004, ss. 194–203), mens en tredje udvidelse involverer samtidig selektion i flere miljøer (Metcalf, 1997; Metcalfe & Ramlogan, 2006). Disse udvidelser er alle relevante i økonomi, hvor organisationer ofte består af andre organisationer, hvor flere karakteristika evalueres sammen i selektion, og hvor organisation er aktive på flere forskellige markeder. Virksomheder består oftest selv af flere organisation og indgår i industrier, hvilke også er organisationer. Selektion virker simultant på flere karakteristika og ikke på en funktion af karakteristikaene såsom produktivitet.

I denne artikel behandles en mere fundamental udvidelse af modellen. Udvidelsen er et opgør med det dominerende paradigme indenfor økonomi, hvor selektion forudsættes at være retningsbestemt. Dette har været det herskende paradigme siden Nelson & Winter (1982), men det har implicit begrænset genstandsfeltet for kvantitativ økonomisk evolutionsteori. Retningsbestemt selektion er selektion, som virker til at øge (eller mindske) middelværdien af det valgte karakteristikum i populationen. Paradigmet har været understøttet af den udbredte anvendelse af “Fisher princippet” i modelleringer af industriel dynamik (Metcalf, 1994, 1998): Selektion indebærer, at organisationer med høje (lave) karakteristikum-værdier vokser relativt til andre, og dermed stiger (falder) middelværdien og variansen falder. Intra-organisation effekten medfører mere eller mindre stokastiske ændringer i nogle organisationers karakteristikum hvormed variansen genskabes. En sådan evolution vil medføre en klar tendens til stigende (faldende)

middelværdi for karakteristikket i populationen.

Der findes grangiveligt karakteristika, som, over en begrænset periode, udviser en jævn tendens i udviklingen i en population. Men ofte observeres også to andre former for selektion: Stabiliserende og forstyrrende selektion. Stabiliserende selektion er kendetegnet ved, at selektion favoriserer en optimal værdi for karakteristikket, mens forstyrrende selektion er kendetegnet ved, at flere værdier favoriseres af selektion og på sigt deles populationen i to; *ceteris paribus*. I biologi er forstyrrende selektion almindelig (Futuyma, 2005). På lang sigt deler arter sig ofte i to nye arter: lys/mørk pels, kort/lang hals osv. Ved at udvide Prices model (ligning 1) bliver det muligt at skelne mellem evolutionsprocesser, som domineres af henholdsvis retningsbestemt, stabiliserende og forstyrrende (Rice, 2004, ss. 174–178) og derved kan studier af økonomisk selektion bevæge sig ud over paradigmet af retningsbestemt selektion.

I det efterfølgende afsnit diskuteres Prices model i detaljer og matematikken bag modellen introduceres. Derefter anvendes simple figurer med dansk produktivitetsudvikling til at motivere vigtigheden af evolutionære studier generelt og Prices identitet i særdeleshed. I afsnit 4 defineres stabiliserende, forstyrrende og retningsbestemt selektion ved hjælp af modellen. Afsnit 5 afslutter artiklen.

2 Prices identitet

Prices dekomponering af evolution (ligning 1) er præsenteret i sin matematiske form tidligere i flere artikler (eksempelvis Andersen (2004); Knudsen (2004); Metcalfe (2007)), og vil kun blive præsenteret kort her. Den matematiske notation er sammenfattet i tabel 1 på side 5.

Bidraget af Prices identitet til evolutionær analyse kan ses fra to sider. For det første hjælper identitetens matematiske stringens os i forståelsen af evolutionære processer. For det andet assisterer dekomponeringen os i kvantitative analyser af sådanne processer. Identiteten både foreslår en kvantificering af selektionselementet i evolution og giver os et sprog, hvormed selektionselementet i evolution kan diskuteres.

Et centralt element ved anvendelse af Prices identitet er de to populationstællinger hvorimellem den samlede forandring (evolutionen) måles: Den initiale tælling og den endelige tælling. Evolution er en proces i historisk tid, og det er afgørende for resultatet af en dekomponering af processen hvornår disse tællinger foretages og hvor lang tid, der er mellem dem. Den initiale tælling foretages ved tidspunkt t . Alle populationens organisationer registreres med et unikt id, deres størrelse måles og værdien for deres karakteristikum måles (x_i og z_i). Ved tidspunkt t' , som ligger senere end t , har populationen forandret sig og man måler igen størrelse og karakteristika (x'_i og z'_i). Man skelner mellem den initiale population (P) og den endelige population (P'). Ved nogle applikationer vil korrespondancen mellem medlemmerne af P og P' være direkte. I andre tilfælde (hvis eksempelvis organisationerne er virksomheder) vil nogle medlemmer af P være forsvundet mens der er medlemmer af P' , som ikke har nogen forbindelse til medlemmer af P . Sættet af organisationer, som bidrager til evolution er dermed $P \cup P'$. Dette opdeles i tre sæt, som hver bidrager til evolutionen af populationen: De, som tilgår populationen, $E = P^c \cap P'$, de, som udtræder fra populationen, $X = P \cap P'^c$, samt de, som er i populationen i begge tællinger, $C = P \cap P'$.

Selektionseffekten og intra-organisations effekten beregnes på baggrund af sættet C mens

sættet E danner basis for den effekt, man i økonomi ofte vil kalde opstartseffekten, i og med at den generelt vil opfange effekten af iværksætter. Det sidste sæt, X , resulterer i udtrædelseseffekten, hvilken i nogle tilfælde kan fortolkes som en mere radikal form for selektionseffekt. I sådanne tilfælde betyder selektion ikke blot relativ vækst men decideret udradering. Denne udvidelse er illustreret i ligning 2.

$$\begin{aligned} \text{Samlet forandring} = & \text{Opstartseffekt} + \text{Udtrædelseseffekt} \\ & + \text{Selektionseffekt} + \text{Intra-organisation effekt} \quad (2) \end{aligned}$$

Prices identitets bidrag til både vores forståelse for fænomenet selektion samt vores evne til at kvantificere det ligger i opdelingen af bidraget fra sættet C i to effekter, og i det efterfølgende ser vi derfor bort fra sætterne E og X .

Behovet for fulde populationstællinger ved anvendelse af Prices identitet betød, at Price selv var lidt betænkelig ved dens praktiske anvendelse (Price, 1972, s. 485). Men siden hans tid er fulde populationstællinger blevet meget mere udbredte; selv indenfor det samfunds-faglige område.

Ud fra den indsamlede data beregnes den samlede forandring i populationen som ændringen i det vægtede gennemsnits karakteristikum. $s_i = x_i / \sum_i x_i$ er populationsandelen for organisation i i den initiale tælling og det gennemsnitlige karakteristikum er $\bar{z} = \sum_i s_i z_i$. Den samlede forandring i population fra t til t' er $\Delta\bar{z} = \bar{z}' - \bar{z}$. Derudover defineres en organisations fitness som $w_i = x'_i / x_i$. Ved hjælp af disse definition kan Prices identitet (ligning 1) skrives som:

$$\Delta\bar{z} = \frac{\text{Cov}(w, z)}{\bar{w}} + \frac{E(w\Delta z)}{\bar{w}} \quad (3)$$

Notationen er opsummeret i table 1. At ligning 3 er en identitet er bevist i blandt andet appendikset til Andersen (2004) og vil ikke blive gentaget her. Bemærk at z ikke behøver at være et specielt interessant karakteristikum i sin egen ret. Så længe det er interessant at studere $\Delta\bar{z}$, og \bar{z} kan skrive som en sum af værdier på organisationsniveau, så kan Prices identitet bidrage til analysen ved at opdele den samlede forandring i selektionseffekten og intra-organisation effekten.

Fortolkningen af Prices identitets første led som selektionseffekten stammer fra kovarians-termet i tælleren. Hvis der er en systematisk tendens til, at organismer med højere eller lavere værdier af z vokser mere, så vil dette term alt andet lige antage en høj værdi. Det andet term kaldes intra-organisation effekten, da det beskriver bidraget til ændringen i populationens mid-delværdi fra ændringer i organisationerne. I økonomi kunne det være innovation. For Prices identitet er intra-organisation effekten en art residual, som ikke kan forklares. Det er den del af evolution, som ikke er selektion.

Ved at dekomponere en samlet forandring ved hjælp af Prices identitet udledes yderligere information om den evolutionære transformationsmekanisme, T for et givent miljø, R . Ved en sådan dekomponering er det nødvendigt at antage, at miljøet er konstant og processen kan dermed afbildedes som:

$$(P; R) \xrightarrow{T} (P'; R)$$

Tabel 1: Kerneelementer i Prices model

Variabel	Definition	Fortolkning
x_i		Størrelse på organisation i i initial tælling
s_i	$x_i / \sum_i x_i$	Populationsandel af i i initial tælling
x'_i		Størrelse på organisation i i endelig tælling
w_i	x'_i / x_i	Absolut fitness af i
\bar{w}	$\sum_i s_i w_i$	Middelværdi for absolut fitness
z_i		Karakteristikum af organisation i i initial tælling
\bar{z}	$\sum_i s_i z_i$	Vægtet middelværdi af z i initial tælling
$\Delta \bar{z}$	$\bar{z}' - \bar{z}$	Ændring i \bar{z}
$Cov(w, z)$	$\sum_i s_i (w_i - \bar{w})(z_i - \bar{z})$	Vægtet kovarians mellem w_i og z_i
$E(w\Delta z)$	$\sum_i s_i w_i \Delta z_i$	Forventning for $w_i \Delta z_i$

Antagelsen om konstant miljø betyder, at perioden mellem t og t' ikke må være alt for stor. Dette betyder dog ikke, at vi dernæst kan anvende den udledte information om T til at forudsige P'' ($t'' > t'$). Det herskende paradigme indenfor evolutionær økonomi forudsætter enten eksplicit eller implicit at T indeholder en retningsbestemt selektionsmekanisme. Men dette er en unødvendig begrænsning på Prices identitet.

3 Produktivitet som retningsbestemt selektion

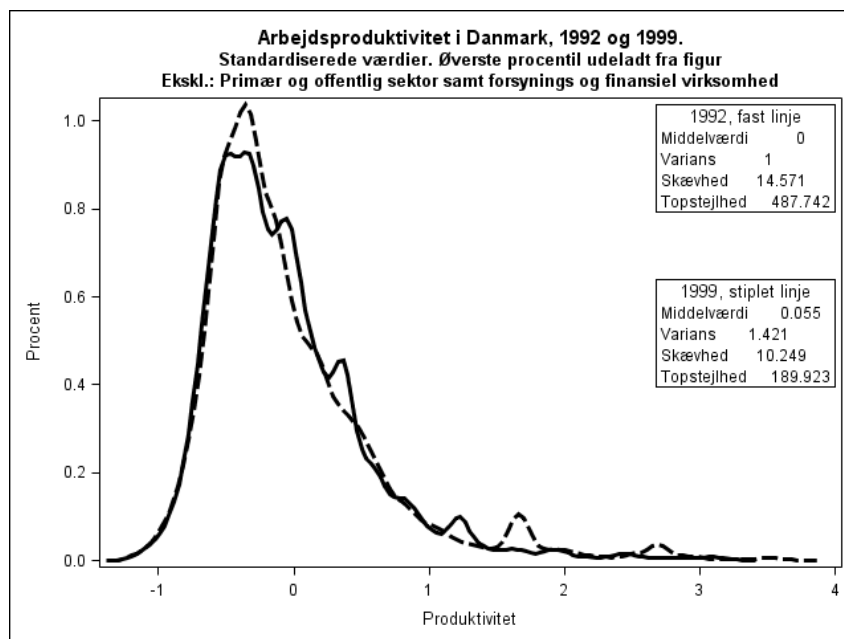
Retningsbestemt selektion er ikke kun det fremherskende paradigme. Det er også den form for selektion, man forbinder med traditionel økonomisk analyse, hvor markedsselektion betyder, at virksomheden med de absolut laveste marginalomkostninger er den eneste, der overlever på lang sigt. Økonomisk selektion forventes dermed at favorisere de mest produktive virksomheder og dermed bidrage positivt til produktivitetsvækst i en population som eksempelvis populationen af private virksomheder i Danmark. Dette har dog vist sig problematisk empirisk, hvor dekomponeringer med Prices identitet eller lignende teknikker oftest finder ubetydelige selektionseffekter.

I dette afsnit præsenteres data for udviklingen i arbejdsproduktivitet. Dataene illustrerer på samme tid manglerne i det retningsbestemte paradigme og i den traditionelle økonomiske model. Derved motiveres anvendelsen af Prices identitet.

Figur 1, 2 og 3 er eksempler på udviklingen i en fordeling over tid. Eksemplerne er baseret på data fra kapitel 3 i Holm (2011), hvor udviklingen i arbejdsproduktiviteten i Danmark fra 1992 til 1999 studeres ved hjælp af en version af Prices identitet. Som allerede nævnt, så er det konceptuelt set problematisk at studere evolutionen af produktivitet, fordi produktivitet ikke er et karakteristikum af en organisation, men snarere en konsekvens af organisationens karakteristika såsom organisationsform, ledelsesform, sortiment af produkter og services osv.

Figur 1 viser evolutionen for de dele af den danske økonomi, hvor data for værditilvækst foreligger på virksomhedsniveau.¹ Det vil i praksis sige den private sektor med undtagelse af

¹Udeladt er også virksomheder med en beskæftigelse på mindre end 8 årsværk samt virksomheder tilhørende



Figur 1: Evolution på aggregeret niveau

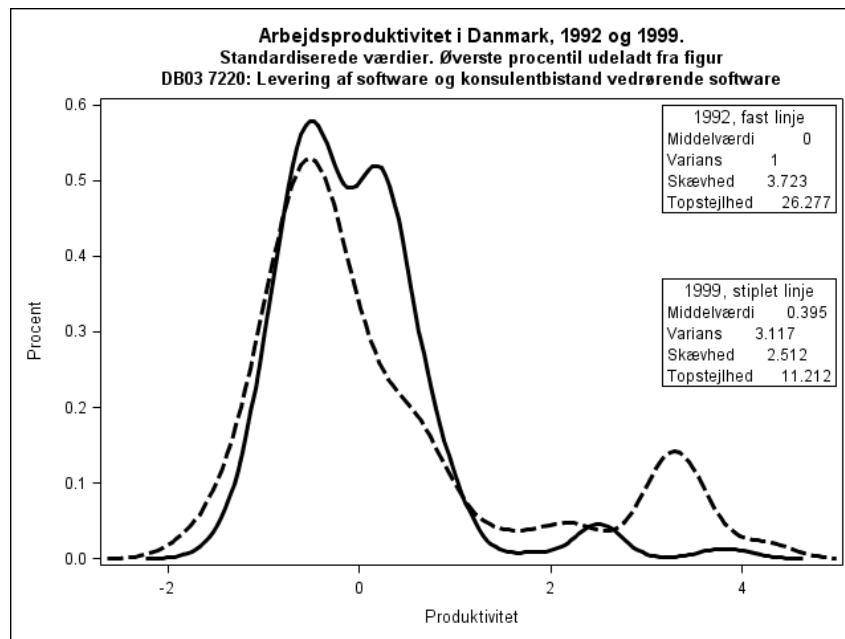
primærsektoren. Den initiale tælling er for 1992 mens den endelige tælling er for 1999. Dataene er standardiseret således at middelværdien er 0 og standardafvigelsen 1 i den initial tælling.

Middelværdien er steget fra 0 til 0,055 over perioden og den gængse evolutionære tilgang til at studere denne udvikling vil være, at dekomponere denne ændring i fire effekter:

1. *Selektionseffekten*. Effekten af at mere produktive virksomheder vokser på bekostning af mindre produktive. Dvs. arbejdskraft omfordes til de virksomheder, der kan udnytte den mest effektivt.
2. *Intra-organisme effekten*. Bidraget til produktivitetsstigning af processer internt i virksomheder. Dette inkluderer læring og innovation.
3. *Opstartseffekten*. Bidraget fra nye virksomheder. Denne vil inkludere bidraget for alle virksomheder opstartet over perioden men evalueret i 1999, og overlever-bias vil derfor medføre, at den er positiv selvom den gennemsnitlige nystartede virksomhed nok ikke har over middel produktivitet ved opstart.
4. *Udtrædelseseffekten*. Effekten af at virksomheder med lav produktivitet forlader populationen. Dette kan skyldes at de lukker eller opkøbes af andre. Virksomheder, som opkøbes, har ikke nødvendigvis lav produktivitet, men samlet set er udtrædelseseffekten generelt positiv.

Indflydelsen af det retningsbestemte paradigme ses tydeligt i denne tilgang. De enkelte effekter fortolkes under antagelse af, at evolution skubber og trækker fordelingen mod højere

industrier, som har mindre end 8 virksomheder på 4-ciffer niveau i DB03. Plottene har også været konstrueret med data, hvor begge disse grænser er ændret til 7 og 9 men det har ingen kvalitativ betydning for resultaterne. Den primære forskel findes i, at nogle meget små virksomheder har fantastisk høj arbejdsproduktivitet. Disse observationer har dog meget ringe effekt på det samlede billede, da disse virksomheders størrelse og dermed vægt i analysen er ubetydelig.



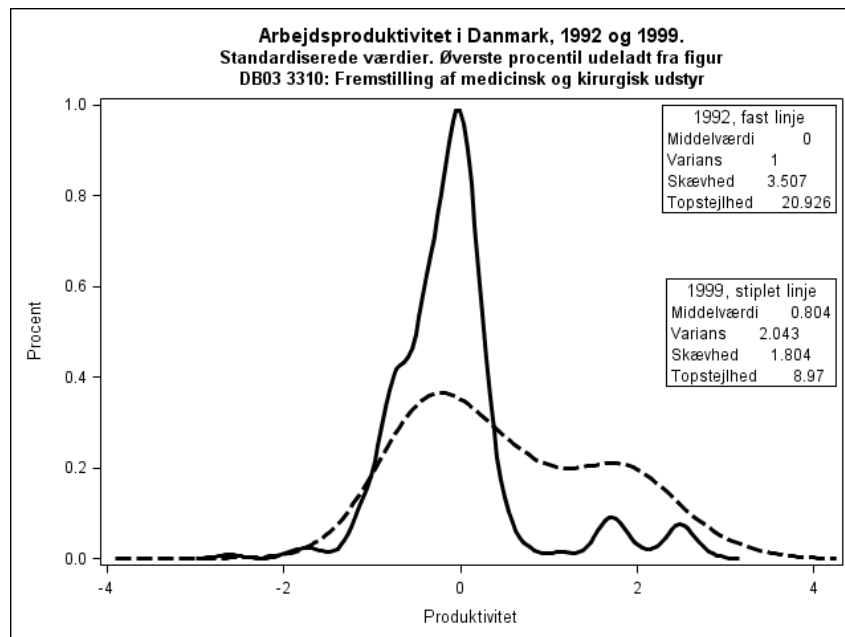
Figur 2: Evolution med mulig forstyrrende selektion

middelværdi. Men analysen kompliceres en del, når det accepteres, at produktivitet ikke er et karakteristikum af organisationer og derfor ikke kan siges at udvikle sig som evolution i en population. Og selektion på de karakteristika, som ligger til grund for produktivitet, er ikke nødvendigvis retningsbestemt. Fokus i det efterfølgende vil være på selektionstyper men vigtigheden af at udvikle metoder, hvor evolutionen af mere end et enkelt karakteristikum kan analyseres simultant, er også tydelig. Et helt tredje problem (og det, som kapitel 3 i Holm (2011) beskæftiger sig med) er, at der ikke er tale om en enkelt population af virksomheder. Der kan derimod defineres underpopulation på basis af eksempelvis produktionsteknologi (i bred forstand), geografi og karakteristika ved outputs. I figur 1 ses det tydeligt, at der eksisterer relativt store klynger af virksomheder med produktivitet væsentligt højere end modalværdien. Den helt banale forklaring er variation i kapitalintensitet alt efter produktionsteknologi (dvs. alt efter industri).

I figur 2 og 3 er udviklingen i arbejdsproduktivitet for to underpopulationer beskrevet. Populationerne er underpopulationer i den forstand, at de indgår i den aggregerede population, for hvilken figur 1 viser udviklingen i arbejdsproduktivitet. De to underpopulationer er 4-ciffer industrierne “7220: Levering af software og konsulentbistand vedrørende software” (software) samt “3310: Fremstilling af medicinsk og kirurgisk udstyr” (udstyr) fra DB03 nomenklaturen.

I softwareindustrien (figur 2) ser det ud til, at en proces af forstyrrende selektion er ved at spille sig ud. Populationen er, populært sagt, ved at dele sig i to. Den ene med lavere arbejdsproduktivitet end den anden. Dette skyldes naturligvis ikke, at nogle virksomheder agerer i et miljø, hvor relativt lav produktivitet favoriseres. Det understreger derimod nødvendigheden af at studere evolutionen af de karakteristika, som ligger til grund for produktivitet, samt vigtigheden af, at udvide analysen til at inkludere evolutionsprocesser med andre typer af selektion end den retningsbestemte.

Indenfor udstyrsindustrien (figur 3) er udviklingen en ganske anden. Umiddelbart kunne det se ud til, at industrien i 1992 netop havde gennemgået en proces af stabiliserende selek-



Figur 3: Evolution med mulig retningsbestemt selektion

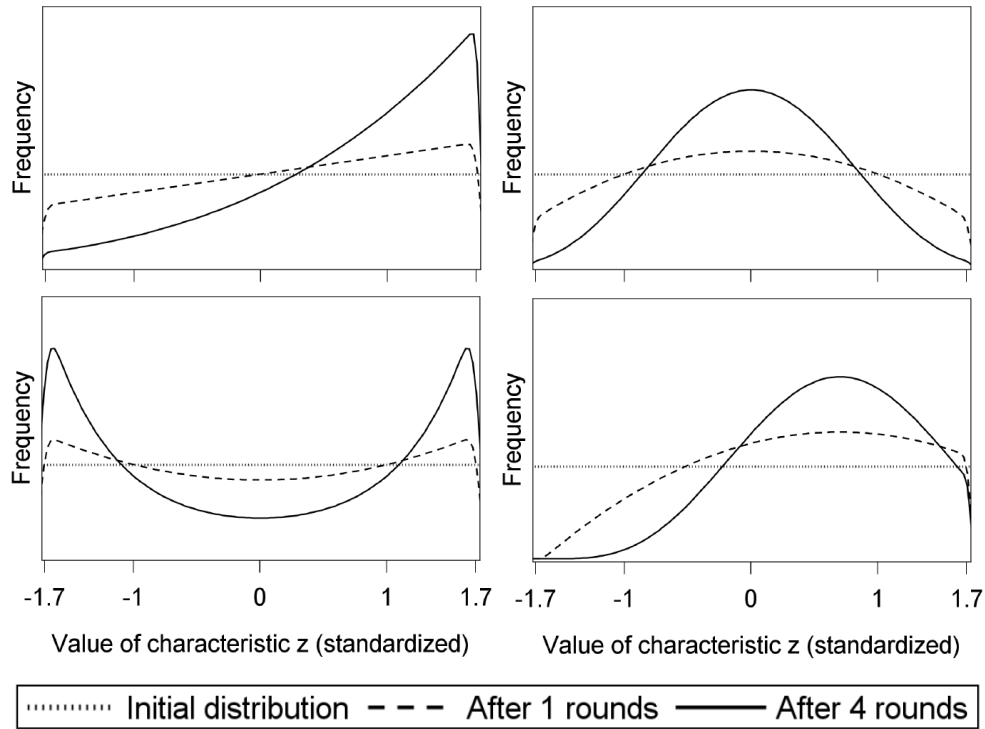
tion, hvormed virksomheders strategier var konvergeret mod den dominerede strategi, og derfor havde fordelingen af arbejdsproduktivitet samlet sig omkring en enkelt værdi uden meget spredning. Dog ses to små pukler i fordelingen lidt til højre for modalværdien. Syv år senere, i 1999, er fordelingen meget mere spredt. Om dette skyldes retningsbestemt selektion på de karakteristika, som i 1992 resulterede i de to små pukler, eller om der er tale om en evolutionær proces med forstyrrende selektion, kan ikke afklares med produktivitetsdata. Det kræver derimod data for de underliggende karakteristika samt en metode, der går ud over det retningsbestemte paradigme.

4 Tre typer af selektion

For at skelne mellem typer af selektion er det nødvendigt at beskrive den evolverende fordeling ved mere end blot middelværdien. Figur 4 på side 9 viser de tre mulige former for selektion ved at vise udviklingen i fordelinger, hvor evolution udelukkende består af selektion. Udgangspunktet er en uniform fordeling med middelværdi 0 og varians 1. Processerne er simple simuleringer i SAS og de afbildede fordelinger er kernel density estimater initialt, efter 1 periode og efter 4 perioder.

Det er tydeligt, at retningsbestemt selektion øger middelværdien, mens middelværdien er uændret for både stabiliserende og forstyrrende selektion. Det er også tydeligt, at variansen falder under stabiliserende og retningsbestemt selektion, mens den stiger under forstyrrende selektion. Figur 4 viser også, at skævheden er konstant nul for stabiliserende og forstyrrende selektion, mens den er faldende (fordelingen bliver venstreskæv) for retningsbestemt selektion. Slutteligt bør det bemærkes, at topstejlheden stiger ved retningsbestemt og stabiliserende selektion, mens den aftager ved forstyrrende selektion.

Eksemplerne i figur 4 er naturligvis stiliserede. Oftest vil selektion være en blanding af



Figur 4: Tre typer af selektion simuleret. Øverst venstre: Retningsbestemt. Øverst højre: Stabilerende. Nederst venstre: Forstyrrende. Nederst højre: Delvist retningsbestemt og delvist stabilerende. Figuren er reproduceret fra Andersen & Holm (2012), hvor simuleringerne også er uddybet.

disse idealtyper og ændringerne i fordelingen vil også skyldes ændringer internt i organisation (innovation og læring) samt tilgang og afgang fra populationen (opstart og udtrædelse af organisationer).

Prices identitet kan ikke kun bruges til at dekomponere ændringen i den vægtede middelværdi, men også ændringen i varians, skævhed og topstejlhed. Hvis skævheden og topstejlheden kvantificeres som henholdsvis det tredje og fjerde standardiserede moment, så kan varians, skævhed og topstejlhed skrives som summer af organisationsniveau værdier på følgende måde:

$$\begin{aligned} \text{Var}(z) &= \sum_i s_i (z_i - \bar{z})^2 = \sum_i s_i v_i \\ \text{Skew}(z) &= \frac{\sum_i s_i (z_i - \bar{z})^3}{\sigma_z^3} = \sum_i s_i \gamma_i \\ \text{Kurt}(z) &= \frac{\sum_i s_i (z_i - \bar{z})^4}{\sigma_z^4} = \sum_i s_i \kappa_i \end{aligned}$$

Hvor σ_z er den vægtede standardafvigelse for z .

Spørgsmålet om hvilke selektionsprocesser, der ligger til grund for en observeret evolutionær process, kan derved analyseres meget nøjere, end hvis blot Prices identitet (ligning 3) er anvendt. Evolutionen kan beskrives ved at foretage en fuld dekomponering. Det vil sige en dekomponering af alle fire samlede ændringer fra initial tælling til endelig tælling: $\Delta \bar{z}$, $\Delta \text{Var}(z)$,

Tabel 2: Fortegn for de enkelte komponenter ved en fuld dekomponering

Dekomponering af ændring i:	Element i Prices identitet	Selektionstype		
		Retningsbestemt	Stabiliserende	Forstyrrende
Middelværdi	$\Delta \bar{z}$	POS	0	0
	$Cov(w, z/\bar{w})$	POS	0	0
	$E(w\Delta z/\bar{w})$	0	0	0
Varians	$\Delta Var(z)$	NEG	NEG	POS
	$Cov(w, v)/\bar{w}$	POS	NEG	POS
	$E(w\Delta v)/\bar{w}$	NEG	0	0
Skævhed	$\Delta Skew(z)$	NEG	0	0
	$Cov(w, \gamma)/\bar{w}$	POS	0	0
	$E(w\Delta \gamma)/\bar{w}$	NEG	0	0
Topstejlhed	$\Delta Kurt(z)$	POS	POS	NEG
	$Cov(w, \kappa)/\bar{w}$	POS	NEG	POS
	$E(w\Delta \kappa)/\bar{w}$	POS	POS	NEG

POS: elementet er > 0 . NEG: elementet er < 0 .

$\Delta Skew(z)$ og $\Delta Kurt(z)$. Hvis man holder fast i antagelsen om, at evolutionen udelukkende består af selektion,² så kan det vises matematisk, at dekomponeringer af evolutionsprocesser bestående af de tre forskellige typer selektion resultere i elementer med fortegn som beskrevet i tabel 2. Bemærk at der her, som i det foregående, tages udgangspunkt i positiv retningsbestemt selektion. Det er naturligvis også muligt, at retningsbestemt selektion kan være negativ.

Tabel 2 afslører et interessant mønster. Ikke overraskende er begge elementer i dekomponeringen 0 når den samlede ændring er 0 (middelværdi og skævhed for stabiliserende og forstyrrende selektion). Og for retningsbestemt selektion er det ikke overraskende, at hele ændringen i middelværdi drives af selektionselementet (jf. fodnote 2). Det interessante i tabellen er der, hvor elementerne giver anledning til at skelne mellem typer af selektion.

Både retningsbestemt og stabiliserende selektion fører til faldende varians. Men de to processer gør det på forskellige vis: For retningsbestemt selektion skyldes den faldende varians en negativ intra-organisation effekt, mens den for stabiliserende selektion skyldes en negativ selektionseffekt. Og tilsvarende for ændringen i topstejlhed: Topstejlhed falder for både retningsbestemt og stabiliserende selektion, men kun for stabiliserende selektion er selektionseffekten negativ. Forstyrrende selektion er ikke kun unik ved at være den eneste selektionsform, hvor variansen stiger og topstejlheden falder. Det er også det eneste tilfælde, hvor intra-organisations effekten er negativ for ændringen i topstejlhed.

En første tilnærmelse til processer, som kan forventes empirisk, men hvor restriktionerne i fodnote 2 bibeholdes, er, at blande selektionstyperne. Dette er illustreret i det nederste højre panel af figur 4 som en blanding af retningsbestemt og stabiliserende selektion. Resultatet af en fuld dekomponering af den blandede evolution vil være som beskrevet i table 3.

² $\Delta z_i = 0 \forall i \in C, X = E = \emptyset$

Tabel 3: Dekomponering af blandet selektion

	Middelværdi	Varians	Skævhed	Topstejlhed
Samlet ændring	POS	NEG	NEG	POS
Selektionseffekt	POS	NEG	POS	NEG
Intra-organisation effekt	0	NEG	NEG	POS

POS: elementet er > 0 . NEG: elementet er < 0 .

Dekomponeringen af den samlede ændring i middelværdien ved blandet selektion viser at processen indeholder elementer af retningsbestemt selektion. Middelværdien er steget og det tilskrives selektionsværdien. Dekomponeringen af den samlede ændring i variansen viser derimod, at processen ikke kan være ren retningsbestemt selektion, for selektionseffekten er negativ. Tilsvarende tyde dekomponeringen af den samlede ændring i skævhed på retningsbestemt selektion mens det stabiliserende element ses i dekomponeringen af den samlede ændring i topstejlhed.

Det er dermed muligt at skelne selektionstyper ved at anvende Prices identitet til dekomponere yderligere ændringer, end blot den samlede ændring i middelværdi.

5 Diskussion

I denne korte artikel er en metode til bestemmelse af selektionstyper i økonomisk evolution blevet præsenteret.

Når en population evoluerer ændres populationen. Dette kan beskrives ved ændringen i fordelingen af et udvalgt karakteristikum. Og den kan analyseres ved at dekomponere ændringen med Prices identitet. Ved at dekomponere ændringen i topstejlhed, skævhed, varians og middelværdi bliver det muligt at udlede flere nuancer omkring den evolutionære transformationsmekanisme, sammenlignet med den almindelige dekomponering, som kun fokuserer på middelværdien. I denne artikel er beskrevet netop hvordan dette gøres samt hvordan resultaterne fortolkes. Der er dog endnu en del forskningsprojekter, som trænger sig på. Først og fremmest vil det være interessant at lempe antagelsen om evolution som en ren selektionsproces samt overføre metoden til empiri. Men der er også andre muligheder for at udvide anvendelse af Prices identitet: Ko-evolution af multiple karakteristika, evolution på multiple aggregeringsniveauer, samtidig evolution i multiple miljøer og samtidig påvirkning af multiple (potentielt modsatrettede) evolutionære transformationsmekanismer.

Litteratur

- Andersen, Esben Sloth. 2004. Population thinking, Price's equation and the analysis of economic evolution. *Evolutionary and Institutional Economics Review*, **1**, 127–148.
- Andersen, Esben Sloth, & Holm, Jacob Rubæk. 2012. Directional, stabilizing and disruptive selection: An analysis of economic evolution based on Price's equation. *Artikel til IKE-seminar, Aalborg Universitet, december 2012*.

- Andersson, L. F. 2006. *Företagsdynamik och tillväxt*. ITPS Rapport A2006:016. Östersund: Institut för Tillväxtpolitiska Studier.
- Bartelsman, E. J., Bassanini, A., Haltiwanger, J., Jarmin, R. S., & Schank, T. 2004. The spread of ICT and productivity growth: Is Europe lagging behind in the New Economy? *Pages 1–140 of: Cohen, D., Garibaldi, P., & Scarpetta, S. (eds), The ICT Revolution: Productivity Differences and the Digital Divide*. Oxford and New York: Oxford University Press.
- Bowles, Samuel, & Gintis, Herbert. 2011. *A Cooperative Species: Human Reciprocity and Its Evolution*. Princeton, N.J.: Princeton University Press.
- Cantner, Uwe, & Krüger, Jens J. 2008. Micro-heterogeneity and aggregate productivity development in the German manufacturing sector. *Journal of Evolutionary Economics*, **18**, 119–133.
- Disney, R., Haskel, J., & Heden, Y. 2003. Restructuring and productivity growth in UK manufacturing. *Economic Journal*, **113**, 666–694.
- Fisher, Ronald A. 1930. *The Genetical Theory of Natural Selection*. Oxford: Oxford University Press.
- Foster, L., Haltiwanger, J., & Krizan, C. J. 1998. Aggregate productivity growth: Lessons from microeconomic evidence. *National Bureau of Economic Research Working Paper Series*, **W6803**.
- Foster, L., Haltiwanger, J., & Krizan, C. J. 2002. The link between aggregate and micro productivity growth: Evidence from retail trade. *National Bureau of Economic Research Working Paper Series*, **9120**.
- Foster, L., Haltiwanger, J., & Syverson, C. 2008. Reallocation, firm turnover, and efficiency: Selection on productivity or profitability? *American Economic Review*, **98**, 394–425.
- Frank, Steven A. 1998. *Foundations of Social Evolution*. Princeton, N.J.: Princeton University Press.
- Frank, Steven A. 2012. Natural selection. III. Selection versus transmission and the levels of selection. *Journal of Evolutionary Biology*, **25**, 227–243.
- Futuyma, Douglas J. 2005. *Evolution*. 2nd edn. Sunderland, Mass.: Sinauer.
- Holm, Jacob Rubæk. 2011. *Adaptive Evolution Through Selection: How Populations of Firms Adapt to Changing Environments*. PhD thesis, Department of Business and Management, Aalborg University.
- Knudsen, Thorbjørn. 2004. General selection theory and economic evolution: The Price equation and the replicator/interactor distinction. *Journal of Economic Methodology*, **11**(2), 147–173.
- Metcalfe, J. Stanley. 1994. Competition, Fisher's Principle and Increasing Returns in the Selection Process. *Journal of Evolutionary Economics*, **4**(4), 327–346.

- Metcalfe, J. Stanley. 1997. Labour markets and competition as an evolutionary process. *Pages 328–343 of: Arestis, P., Palma, G., & Sawyer, M. (eds), Markets, Employment and Economic Policy: Essays in Honour of Geoff Harcourt.* London: Routledge.
- Metcalfe, J. Stanley. 1998. *Evolutionary Economics and Creative Destruction.* London and New York: Routledge.
- Metcalfe, J. Stanley. 2007. Replicator Dynamics. *Pages 440–452 of: Hanusch, H., & Pyka, A. (eds), Elgar Companion to Neo-Schumpeterian Economics.* Cheltenham and Northampton: Edward Elgar.
- Metcalfe, J. Stanley, & Ramlogan, R. 2006. Creative destruction and the measurement of productivity change. *Revue de l'OFCE*, **97**, 373–397.
- Nelson, Richard R., & Winter, Sidney G. 1982. *An Evolutionary Theory of Economic Change.* Cambridge, Mass. and London: Harvard University Press.
- Okasha, Samir. 2006. *Evolution and the Levels of Selection.* Oxford: Oxford University Press.
- Price, George R. 1970. Selection and Covariance. *Nature*, **227**, 520–521.
- Price, George R. 1972. Extension of covariance selection mathematics. *Annals of Human Genetics*, **35**, 485–490.
- Price, George R. 1995. The Nature of Selection. *Journal of Theoretical Biology*, **175**, 389–396.
- Rice, Sean H. 2004. *Evolutionary Theory: Mathematical and Conceptual Foundations.* Sunderland, Mass.: Sinauer.
- Schumpeter, Joseph A. 2000. *Briefe/Letters.* ed. U. Hedtke and R. Swedberg, Tübingen: Mohr.